

壁面の音響拡散係数の数値予測に関する研究
Study on the Prediction of Sound Scattering Coefficients
of Wall Surfaces using Numerical Technique

学籍番号 26718
 氏名 小坂 慶之 (Kosaka, Yoshiyuki)
 指導教官 佐久間 哲哉 助教授

1. はじめに

1.1. 研究の背景 幾何音響的解析法は、波動音響的手法に比べ厳密性に欠けるものの、計算機資源・計算時間の観点から大規模空間を扱う際の現実的手法として一般に用いられている。通常は、周波数に関する情報としては吸音率のみを扱うため、壁面の凹凸による音響拡散を考慮した解析は少ないが、凹凸寸法に対して波長が短い場合には鏡面反射以外の拡散成分の割合が大きくなることから、その取り扱いには室の残響予測や騒音伝搬予測、各種音響物理量の推定等における重要な課題と言える。

1.2. 音響拡散係数について 壁面による音響拡散の程度を表す一物理指標として提案されたものであり、この値を境界条件として用いることで幾何音響シミュレーションにおいて壁面による音響拡散を取り扱うことが可能となる。その算出法としては、試料回転による測定法 [1, 2] (残響室法、自由音場法) と散乱指向特性から求める方法 [3] という2種類があるが、それらの対応関係はいまだ明らかにはされていない。また、測定条件や係数の挙動自体など不明確な部分も多い。その中で、拡散係数の数値予測は、1) 理想的な音場条件が設定可能、2) 測定条件の影響や係数の挙動の把握に有用、3) 規定の試料寸法が比較的小さいために計算機資源の観点から実用性が高い、などその意義は大変大きい。

1.3. 本研究の目的 以上を踏まえ、本研究の目的を次のように設定する。

- 1) Mommertzによる定式化 [3] に基づき、境界要素法を用いた音響拡散係数の数値解析手法を構築、整備すること
- 2) ケーススタディにより拡散係数の挙動を把握し、算出法による差異や測定条件、測定における誤差要因等に関する知見を得ること

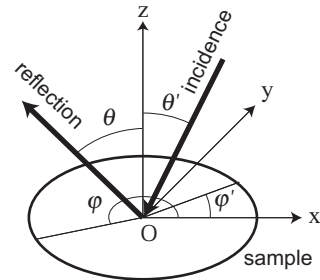


Fig.1 Geometry of a sample, an incident plane wave and reflection angles.

2. 数値解析手法

2.1. 拡散係数の定義 Mommertz の式を3次元に拡張して、ISO にて計測方法が検討中であるランダム入射拡散係数 [2] を算出するものとする。拡散係数の算出にあたり、解析対象として試料設置状態、および試料を剛平板に置換した基準状態の2通りを取り扱う必要がある。

Fig.1 に示すように平面波が自由空間中の試料に角度 (θ', φ') で入射するものとし、極座標における立体角の離散化を想定した場合、入射角依存拡散係数 $s(\theta', \varphi')$ は次式で表される。

$$s(\theta', \varphi') = 1 - \frac{|R_{10}|^2}{R_{00} \cdot R_{11}} \quad (1)$$

ここで、 $R_{xy} = \sum_{i=1}^{N_\theta} \sum_{j=1}^{4N_\varphi^i} p_x(\theta_{ij}, \varphi_{ij}) p_y^*(\theta_{ij}, \varphi_{ij}) \sin \theta_{ij} \Delta \theta_{ij} \Delta \varphi_{ij}$.

p_0, p_1 は基準平板時・試料設置時各々の反射波による複素音圧振幅、 (θ, φ) は反射角であり、 θ 方向の分割数 N_θ をパラメータとして導入し、次式により離散方位 $(\theta_{ij}, \varphi_{ij})$ 、方位幅 $\Delta \theta_{ij}, \Delta \varphi_{ij}$ を設定する。

$$\Delta \theta_{ij} = \frac{\pi/2}{N_\theta}, \quad \theta_{ij} = \left(i - \frac{1}{2}\right) \Delta \theta_{ij}, \quad (i = 1, 2, \dots, N_\theta)$$

$$\Delta \varphi_{ij} = \frac{\pi/2}{N_\varphi^i}, \quad \varphi_{ij} = \left(j - \frac{1}{2}\right) \Delta \varphi_{ij}, \quad (j = 1, 2, \dots, 4N_\varphi^i)$$

但し、 $N_\varphi^i = \lceil N_\varphi \sin \theta_{ij} \rceil$.

ランダム入射拡散係数については、Paris 公式 [4] に基づくものとして、反射角同様に平面波

入射角に対して立体角の離散化を適用すると次式が得られる。

$$\bar{s} = \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^{N_\theta} \sum_{j=1}^{4N_\phi} s(\theta'_{ij}, \phi'_{ij}) \sin \theta'_{ij} \cos \theta'_{ij} \Delta \theta'_{ij} \Delta \phi'_{ij} \quad (2)$$

2.2. 境界要素法の適用 解析対象である試料および基準平板を厚さ0の剛面と仮定し、法線方向微分型積分方程式に基づいて境界要素法を適用する(一定要素を使用)。対象両面の音圧差を未知量とし、各入射条件の離散化方程式をまとめると以下のように表される。

$$\mathbf{A}_N \cdot \tilde{\mathbf{P}} = \mathbf{D} \quad (3)$$

但し、 $A_{N_{ij}} = \iint_{e_j} \frac{\partial^2 G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_q)}{\partial \mathbf{n}_i \partial \mathbf{n}_q} dS$ 、 $\tilde{\mathbf{P}} = [\tilde{p}_1 \ \tilde{p}_2 \ \dots \ \tilde{p}_l \ \dots]$ 、

$$D_{il} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}_i} \exp(-j\mathbf{k}_l \cdot \mathbf{r}_i), \quad e_j: j \text{ 番目の要素,}$$

$\partial/\partial \mathbf{n}$: 境界面外向き法線方向微分。

ここで、 \mathbf{k}_l は入射条件 l における入射波波数ベクトル、 \tilde{p}_{jl} は要素 j 両面の音圧差である。従って、 $\tilde{\mathbf{P}} = \mathbf{A}_N^{-1} \cdot \mathbf{D}$ より全入射条件における対象両面の音圧差が一度に得られる。

次に、試料中心から遠方一定距離の各反射角方向に受音点を想定すると、次式により各受音点における反射波の複素音圧振幅が全入射条件に渡って算出される。

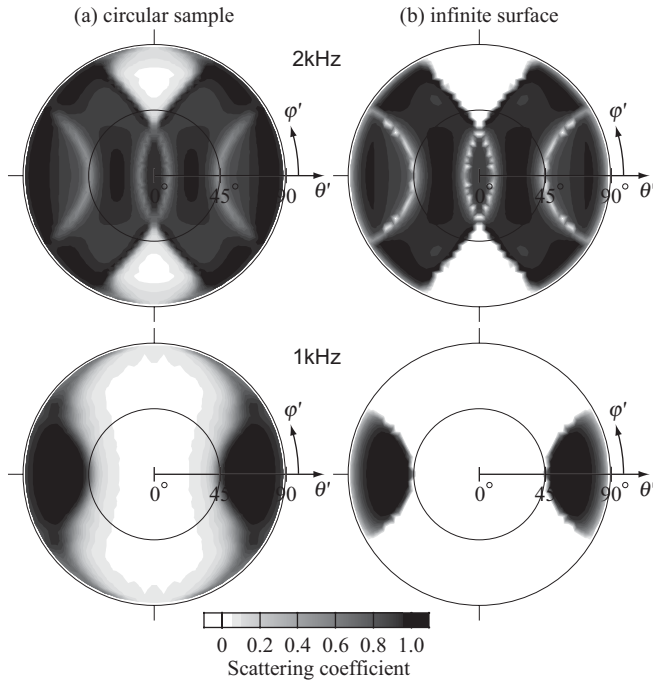


Fig.3 Distribution of directional scattering coefficients for (a) circular sample and (b) infinite surface, at 2kHz and 1kHz.

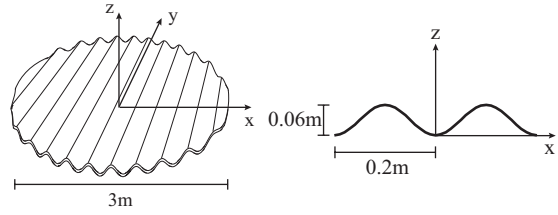


Fig.2 Illustration of a sample with sinusoidal periods.

$$\mathbf{P}^r = -\mathbf{A} \cdot \tilde{\mathbf{P}} \quad (4)$$

但し、 $\mathbf{P}^r = [p_1^r \ p_2^r \ \dots \ p_l^r \ \dots]$ 、 $A_{mj} = \iint_{e_j} \frac{\partial G(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}_q)}{\partial \mathbf{n}_q} dS$ 。

p_{ml}^r は入射条件 l に対する受音点 m の複素音圧振幅である。最終的には、基準平板時・試料設置時各々で得られた \mathbf{P}^r の各列ベクトルを Eq.(1) に代入して各入射条件の拡散係数を算出し、続いて Eq.(2) によりランダム入射拡散係数を算出する。

3. 手法の妥当性の検証

3.1. 無限大周期構造 周期的構造が無限に続く拡散体に単一周波数の平面波が任意の角度で入射する状況を想定すると、有限寸法の試料と異なり、無限大板では試料端部からの回折波が生じず、反射波のうち無限遠方まで伝搬していく成分は離散的な数方向のみに生じる。従って、反射波中の鏡面反射成分のみを厳密に抽出することが可能である。

ここでは、無限大周期構造から求められる拡散係数値を理想的な値と考え、それとの比較を行うことにより本論文で提案する手法の妥当性を検証する。

3.2. 解析方法 解析対象は無限大周期構造、および Fig.2 に示すような直径3mの円形試料 [2] とし、共に正弦波状の周期構造を持つものとする。境界条件は全面剛、正弦波の周期、高さはそれぞれ 0.2m, 0.06m である。入射角・反射角離散化パラメータ N_θ は共に 30 ($\Delta \theta_{ij} = 3^\circ$) とし、受音点は無限遠方を想定する。

3.3. 結果と考察 2種類の解析対象における入射角依存拡散係数 $s(\theta', \phi')$ の分布を Fig.3 に示す。有限板では端部回折効果により全体的にぼやけた分布となっているが、2kHz では概ねよく対応している。一方、1kHz では角度依存傾向は似ているものの、回折波の影響により

拡散反射成分を過大評価しており、入射角によっては差が顕著である。ランダム入射拡散係数の周波数特性を Fig.4 に示す。端部回折の影響から周波数によらず無限大板よりも大きな値を示すことがわかる。また、高周波数では回折効果が小さいことから両結果はよく対応しているが、中音域では差異が大きくなるが見てとれる。一方、低周波数域では回折効果の影響は顕在化していない。これは、周期構造寸法に比べ波長が十分に長く、鏡面反射以外の反射波成分が生じないためと考えられる。周波数特性の傾向、傾きの大きく変化する周波数の一致から、概ねよく対応していると言える。以上より、本手法による計算結果の妥当性が示された。

4. 試料・計算パラメータの適用条件に関する検討 本手法を用いた解析において精度を確保し、予測手法として確立するためにはいくつかの計算パラメータ、および解析対象の条件設定についての知見を得る必要がある。そこで、適切な設定条件を導くと共に、いまだ不明確な測定条件等に関する知見を得ることを目的として数値的検討を行った。概要を以下に示す。

- a) 受音点距離：
試料直径の 1 ~ 2 倍程度とれば十分
- b) 入射角・反射角の離散化：
2kHz までの解析では $\Delta\theta_{ij} = 3^\circ$ で予測精度確保
- c) 試料形状：
本手法では、円形試料でなく、正方形で十分な予測精度が確保できる
- d) 試料中に含まれる凹凸数：
10 ~ 15 以上あれば概ね十分
- e) 周波数離散化幅：
詳細な周波数特性を得たい場合 1/12 Oct.band、実用的には 1/3 Oct.band 毎の単一周波数解析で十分

上記 a), b), d) の知見は数値計算のみならず、実測においても有用なものと考えられる。

5. 音響拡散係数の定義に関する考察 2. で構築した手法（以下、指向性相関法）と試料回転による算出法との対応関係を把握し、算出法の違いによる結果の差異、測定における誤差要因等に関する知見を得ることを目的とし、測定法を模擬した数値計算法による検討を行う。

5.1. 試料回転による拡散係数の算出 自由音場

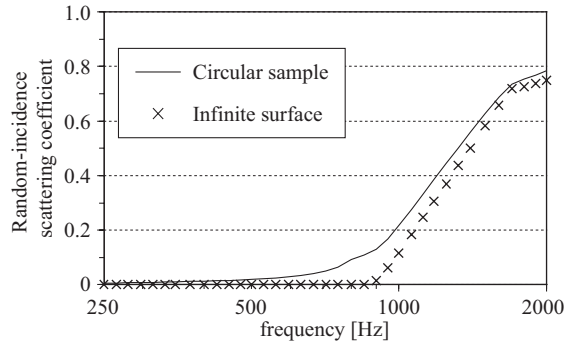


Fig.4 Random-incidence scattering coefficients for circular sample and infinite surface.

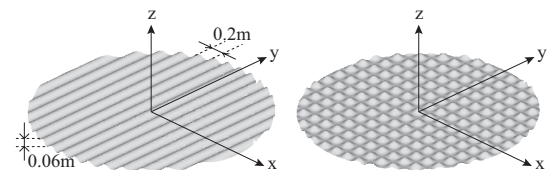
における測定法では垂直入射角 θ' を固定して試料を回転させ、複素反射係数の加算平均により鏡面反射成分を抽出する。数値計算では、試料を固定し、入射波の水平角、および受音点を相対的な位置関係が保たれるように回転させることで、次式により垂直入射角依存の拡散係数 $s(\theta')$ を算出することができる。

$$s(\theta') = 1 - \frac{\sum_{m=1}^M \left| \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N p_{1,m}(\hat{\phi}_j) \right|^2 \cdot \sin \theta_m}{\sum_{m=1}^M \left(\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N |p_{1,m}(\hat{\phi}_j)|^2 \right) \cdot \sin \theta_m} \quad (5)$$

但し、 M ：総受音点数、 N ：水平方向分割数、 $\hat{\phi}_j$ ：試料回転角。上式により得られる値は実測値とほぼ等価と考えられる。

5.2. 解析方法 解析対象は Fig.5 に示すような周期 0.2m、高さ 0.06m の 1 次元、および 2 次元の正弦波状周期構造とする (Type 1, 2)。入・反射角の離散化に関しては、垂直角、および水平角の均等分割とし、立体角 $\pi/2$ の空間を 1600 分割して計算する。その他の計算条件は全て 3.2. と同様とする。

5.3. 結果と考察 Type 1 に関して、2 通りの方法によるランダム入射拡散係数の計算結果を Gomes *et al.*[5] による実測結果、無限大板の結果と併せて Fig.6 に示す。試料回転法は周波数によらず指向性相関法よりも大きな値を示しており、1kHz 付近で特に差が顕著なことがわか



(a) 1D sinusoidal periods (Type 1) (b) 2D sinusoidal periods (Type 2)

Fig.5 Two types of sample, with (a) 1D sinusoidal periods (Type 1) and (b) 2D ones (Type 2).

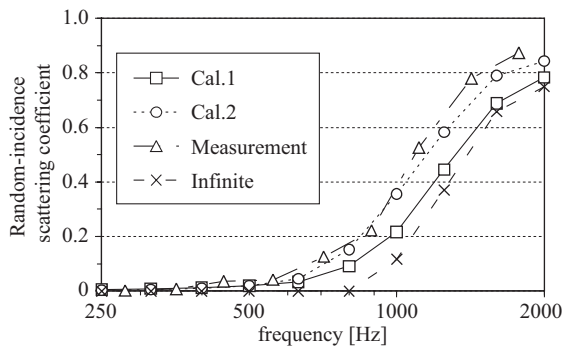


Fig.6 Random-incidence scattering coefficients obtained by the directivity correlation method (Cal. 1), the specimen rotation method (Cal. 2), and others for Type 1.

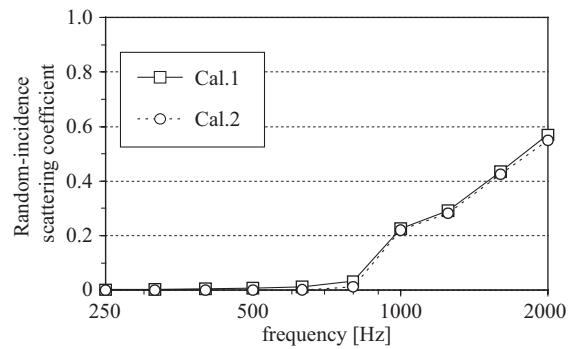


Fig.7 Random-incidence scattering coefficients obtained by the directivity correlation method (Cal. 1), the specimen rotation method (Cal. 2) for Type 2.

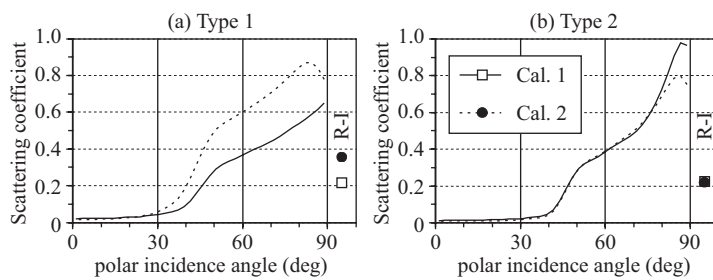


Fig.8 Scattering coefficients of polar incidence angle dependence at 1kHz for (a) Type 1 and (b) Type 2, obtained by Cal. 1 and Cal. 2. R-I is random-incidence scattering coefficients.

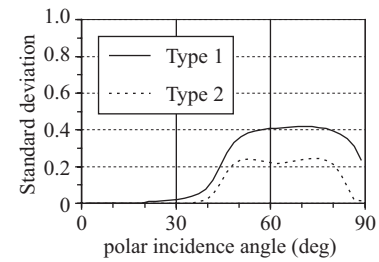


Fig.9 Standard deviation for horizontal direction of directional scattering coefficients at 1kHz for Type 1 and 2.

る。また、試料回転による計算結果と実測結果はよく対応していることから、これらはほぼ等価と言う事ができる。以下では数値計算結果の比較のみを行う。Fig.7にType 2における同様の計算結果を示す。Type 1の場合とは対照的に、周波数によらずよく対応していることが見てとれる。

Type 1, 2について1kHzにおける垂直入射角依存拡散係数 $s(\theta)$ をFig.8に示す。Type 2では非常によく一致しているのに対して、Type 1では入射角依存性には対応が見られるが、全体的に試料回転法で大きな値を示している。また、 θ' の増加に伴い差が大きくなる事がわかる。

Fig.9に1kHzにおける入射角依存拡散係数 $s(\theta, \varphi')$ の水平角方向の標準偏差を示す。Type 1ではType 2に比べ変動性が大きいことがわかる。また、標準偏差の値が急激に大きくなる角度と、Type 1において両解析手法の差が大きくなる角度が概ね対応している。試料回転法では複素音圧の段階で平均するのに対し、指向性相関法ではエネルギー的な平均操作を行っているため、係数の水平方向の変動性が2通りの方法の差異の一因となっていると考えられる。

6. まとめ 境界要素法を用いた音響拡散係数の数値解析アルゴリズムを構築し、その妥当性を検証した。また、スタディを通して計算における適切な設定条件を導くと共に、拡散係数の挙動、および測定条件等に関する知見を得た。また、実測を模擬した試料回転による数値計算法を考案し、実測結果との対応を確認すると共に、数値解析により試料回転法、および指向性相関法による算出結果の相違について考察し、入射角依存拡散係数の水平方向の変動性がその一因となることを確かめた。今後の課題としては、吸音性の試料についての検討、実測結果との詳細な比較・検討、幾何音響シミュレーションへの適用に関する検討などが挙げられる。

参考文献 [1] M. Vorlander *et al.*, Definition and measurement of random-incidence scattering coefficients, *Appl. Acoust.* 60, 187-199 (2000). [2] ISO/DIS 17497-1:Acoustics - Measurement of the sound scattering properties of surfaces, Part 1 (2001). [3] E. Mommertz, Determination of scattering coefficients from the reflection directivity of architectural surfaces, *Appl. Acoust.* 60, 201-203 (2000). [4] Kuttruff H., *Room Acoustics*. 3rd ed. London: Elsevier Applied Science (1991). [5] Gomes Marcio H. A. *et al.*, Aspects of the sample geometry in the measurement of the random-incidence scattering coefficient, *Proc. of The Forum Acusticum Sevilla 2002*, RBA-06-002-IP, (2002).