

# 高速多重極境界要素法による音場解析における前後処理の拡張利用と効率化

Extended use and efficiency of pre/post-processing in sound field analysis  
by the fast multipole boundary element method

学籍番号 47-187624

氏名 梶本 貴之 (Masumoto Takayuki)

指導教員 佐久間 哲哉 教授

## 1. 序論

**研究背景** 環境騒音や近隣騒音などは睡眠障害やストレス反応、認知機能の低下などの被害を引き起こす。また、工場内では機械の稼働に伴う産業騒音が労働者に聴覚障害などの健康被害を及ぼす。一方、快適な音環境下では円滑なコミュニケーションが実現され、知的生産性が向上される。この様なことから近年、特に機械系、建築系、電気系の分野において音環境の改善への取り組みに広がりが見られる。

これらの取り組みを効率的に進めるため、その物理的基礎となる音場性状を把握することの重要性が高まっており、近年では、波動音響解析に基づく検討も一般的になりつつある。中でも境界要素法 (boundary element method: BEM) に関しては、演算量とメモリ量を著しく低減する高速多重極境界要素法 (fast multipole boundary element method: FMBEM) が実用化され、近年では数百万自由度の BEM モデルが解析され始めている。

FMBEM では境界要素のグループ化を通して、境界要素からの寄与を展開係数として集積して扱うことにより効率的な計算を実現する。この展開係数を拡張利用することで、放射・散乱および入射指向性を効率的

に計算できる可能性がある。また、大量の音源を伴う問題において、その前後処理 (前処理: 全音源から全境界要素への寄与の計算。後処理: 全音源から全受音点への寄与の計算。) に FMBEM を適用することで、解析が効率化される可能性もある。

**研究目的** 以上の背景を踏まえ、研究の目的を次の通りとする。FMBEM による後処理計算に基づいて、i) 遠方音場における放射・散乱指向性を効率的に計算する手法と、ii) 受音領域に対する入射指向性を計算する手法を構築する。さらに、iii) 大量の音源を伴う問題として Lighthill 方程式に基づく三次元気流音解析を対象とし、FMBEM による前後処理を適用して計算時間を短縮する手法を構築する。

## 2. 高速多重極境界法に基づく音場解析の基礎理論

### 2.1 概要

BEM の主処理 (境界面上の音圧を計算する) における行列-ベクトル積や後処理におけるベクトルの内積は、全ソース点 (境界要素) からの寄与を観測点 (主処理では境界要素節点、後処理では受音点) で求め、合計することに相当する。FMBEM では階層セル構造を導入してソース点と観測点をグ

ループ化し、セルに属するソース点からの寄与を展開係数として集積、これを遠方セルの中心点における展開係数へと変換し、この値から観測点での寄与を計算する (Fig. 1)。遠方セルにおける展開係数への変換は階層セル構造の層毎に行われ、計算精度と効率の観点から、適用される展開係数は層毎に切り替えられる (wideband FMBEM)。具体的には

$kD$  ( $k$ : 波数,  $D$ : セルの対角線長) の値に応じて  $kD < kD_c$  ( $kD_c$  は閾値) では多重極・局所展開係数が、それ以外では外向・内向係数が適用される。

## 2.2 階層セル構造

八分木の階層セル構造によりソース点と観測点をグループ化する。まず、全てのソース点と観測点を包含する立方体セル (ルートセル) を設定する (階層レベル  $l$  は  $R$ )。次に、ルートセルの各辺を 2 等分割し、8 個の下位レベル ( $l = R + 1$ ) セルを生成する。以降、これを繰り返して、下位レベルセルを順次生成 ( $l = R + 1, R + 2, \dots$ ) する。セル 1 個あたりに含まれるソース点と観測点の平均個数が所定の数以下に達したとき、この階層レベルを最下位レベル ( $l = L$ ) として分割を終了する。一般に、 $L$  は計算効率の観点から決定される。

## 2.3 計算手順

6 ステップの計算手順により、観測点におけるソース点からの寄与を計算する。

**step 1:** ソース点からの寄与を、 $l = L$  のセル中心点における展開係数として集積する。

**step 2:**  $l = L$  から  $R + 3$  のセルに対し、自セルの寄与を、自セルを含む上位レベルセル中心点での寄与に変換し、集積する。

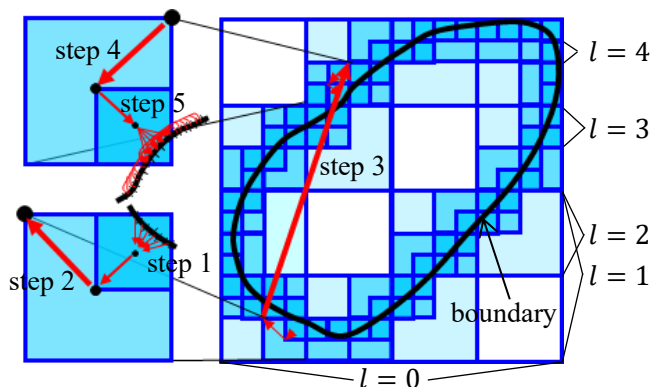


Fig. 1 Hierarchical cell structure and computational scheme for boundary elements.

**step 3:** 集積された寄与を、同じレベルの遠方セル中心点での寄与に変換し、集積する。

**step 4:**  $l = R + 2$  から  $L + 1$  のセルに対し、自セルの寄与を、自セルに含まれる下位レベルセルでの寄与へと変換する。

**step 5:**  $l = L$  のセルで境界要素における寄与を計算する。

**step 6:** 近傍セルに所属する境界要素からの寄与を直接計算する。

## 2.4 主処理および後処理への適用

主処理では  $R = 0$  として 2.2 の通りに階層セル構造を構築し、ソース点を境界要素、観測点を境界要素節点として 2.3 の手順を実行する。

後処理では、受音点が  $R = 0$  のセルに包含されない場合は、 $R = 0$  のセルを基にして  $l = R + 1, R + 2, \dots$  と受音点を包含するまでセルを拡張し、続いて 2.2 の通りに  $l = L$  まで下位レベルセルを構築する。そして、ソース点を境界要素、観測点を受音点として 2.3 の手順を実行する。

## 3. 遠方音場における放射・散乱指向性の高効率解析

騒音の低減策や室内音環境の改善策を検討する際には、音源や反射面の音響放射・散乱指向性の利用が効果的な場合がある。ま

た、FMBEM の計算過程から得られる外向係数は物体からの放射・散乱指向性を表している可能性がある。そこで本章では、FMBEM による音場解析の後処理計算を拡張して遠方音場における放射・散乱指向性を高効率に解析する手法を構築し、実務的な問題への適用を通して計算の効率と精度を実証した。

### 3.1 解析手法

遠方音場の平面波展開式と FMBEM に基づく受音点音圧の計算式との比較を通して、FMBEM による音場解析の後処理計算におけるルートセルの外向係数 ( $\Phi_s$ ) が無限遠での放射・散乱指向性に相当することを示した。なお、 $\Phi_s$  は FMBEM による後処理計算の過程を拡張することで得られ、具体的な計算方法は次の通りである。i) FMBEM に基づく後処理計算の step 1 と step 2 を実行し、 $l = 2$  のセルにおける外向係数を計算する。ii) step 2 と同様の計算でルートセルにおける外向係数を計算する。

この演算は主処理における行列ベクトル積の一回分に満たない演算量であるため、計算負荷は小さい。

### 3.2 拡散体による散乱指向性の解析

ここでは、拡散体の散乱指向性解析例を示した。

解析モデルを Fig. 2 に示す。全面を完全

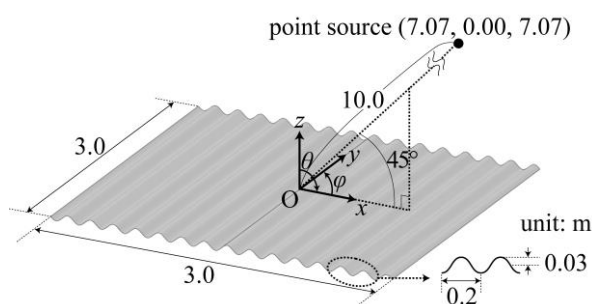


Fig. 2 Illustration of diffuser model.

反射面とし、指向性の原点を解析対象物である正方形の中心とした。解析周波数は 4 kHz とした。提案法と従来法 (BEM により、原点を中心とする半径 300 m の球面上の音圧を計算する方法) で遠方音場の指向性を計算した。

$y = 0$  の面上の散乱指向性を Fig. 3 に示す。なお、提案法の結果は指向性の振幅最大値で基準化したレベル値 ( $L_{\text{Prop.}}$ ) を、従来法の結果は上と同方向の音圧振幅で基準化したレベル値 ( $L_{\text{Conv.}}$ ) を表示する。 $L_{\text{Prop.}}$  と  $L_{\text{Conv.}}$  は、ほぼ完全に一致した。また、提案法と従来法の結果の全計算点での平均相対誤差値は  $10^{-5}$  程度となった。これらの結果から、提案法の結果が無限遠での指向性を表していることが示された。

この解析における提案法による後処理演算の所要時間は従来法の所要時間に対して約 1/1000 倍程度となり、著しく高速化されることも実証された。

## 4. 受音領域に対する入射指向性の高効率解析

音場性状を詳細に把握するため、入射指向性を測定する試みが行われている。一方、FMBEM の計算過程で得られる内向係数からも、入射指向性を計算できる可能性が

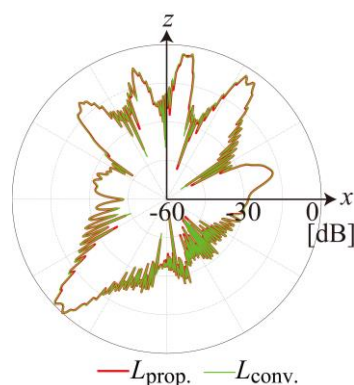


Fig. 3 Scattering directivities at 4000 Hz.

ある。しかしながら、FMBEM に基づいて計算される入射指向性には平面波展開に起因する誤差の影響が含まれる可能性がある。さらに、入射指向性とこれに対応する受音領域との関係も明らかではない。そこで本章では“誤差が入射指向性に及ぼす影響”および“入射指向性と受音領域との関係”を調べた上で、FMBEM による後処理計算の拡張による入射指向性の解析手法を構築し、実務的な問題への適用を通して手法の妥当性を実証した。

#### 4.1 解析手法の検討

近傍音場の平面波展開式と FMBEM に基づく受音点音圧の計算式との比較を通して、FMBEM による音場解析の後処理計算の過程で得られる内向係数が受音領域に対する入射指向性に相当することを示した。続いて、自由空間に点音源、展開点と受音領域を設定した数値計算を通して、平面波展開に起因する入射指向性の誤差および入射指向性と受音領域の関係に関して、次のことを明らかにした。i) 平面波展開の打ち切り次数に依存して入射指向性が変化し、対応する受音領域も変化する。ii) 受音領域は、中心を展開点、直径は概ね展開の打ち切り次数程度の無次元波数とする球の内部領域とみなせる。iii) 局所展開点での入射指向

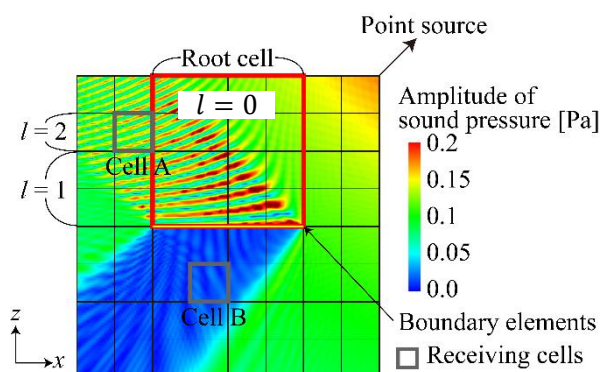


Fig. 4 Sound pressure distribution and hierarchical cell structure for receiving points.

性は多重極展開点の方を向くが、内向係数を局所展開係数に変換したうえで低次の局所展開係数から指向性を再構築すると、実音源の方を向く入射指向性が計算される。

さらに FMBEM において生じる音源点、多重極展開点、局所展開点、観測点の配置を想定した検証により、入射指向性の再構築時には  $[0.5kD]$  次程度の局所展開係数まで含まれることが分かった。ここで、 $[\cdot]$  は  $\cdot$  の整数部である。

#### 4.2 数値解析による検証

##### 4.2.1 有限平板による散乱音場への適用

表面形状が平板であること以外は Fig. 2 と同じモデルに対して、提案法を適用した。受音面は中心が原点で  $y = 0$  の面における  $6\text{ m}$  四方の正方形領域とした。

受音面における  $4,000\text{ Hz}$  の音圧の振幅を、計算に用いた階層セル構造と共に Fig. 4 に示す。また、灰色で示したセルにおける入射指向性と、その隣接セルを範囲として音圧の相対誤差 (FMBEM に基づき計算される音圧に対する入射指向性に基づき計

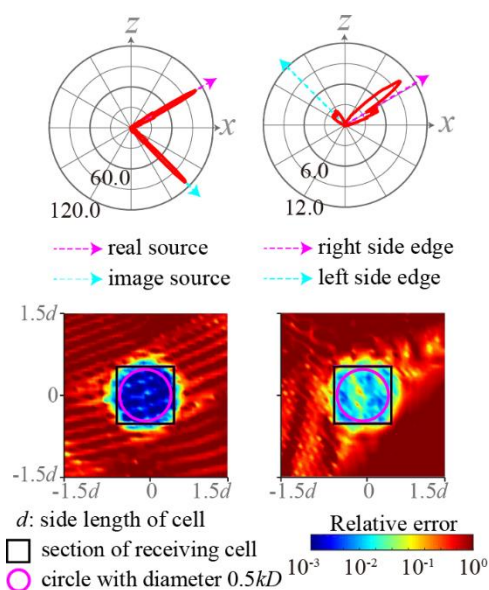


Fig. 5 Incidence directivities and distributions of relative error of sound pressure.

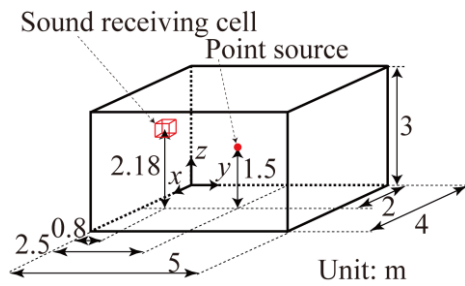


Fig. 6 Illustration of sound field in room.

算される音圧の相対誤差。この値の小さい領域は入射指向性に対応する受音領域とみなすことができる。)を計算し Fig. 5 に示す。セル A では実音源および平板による一次鏡像音源の方向に強い指向性を示した。セル B ではセルから見た平板の両端部方向に強い指向性を示した。これは、回折による成分と考えられる。これらの観察結果は物理的な知見と一致する。また、セルと同じ中心を持つ半径  $0.5kD$  の球内において音場が再現された。以上より、解析結果の妥当性および受音セルと音場再現領域との対応性が確認された。

#### 4.2.2 室内音場への適用

Fig. 6 に示す直方体室を解析対象として、図中に赤枠で示した受音セルにおける 2,000 Hz での入射指向性を解析した。なお、case 1 では全壁面を完全反射面とし、case 2 では天井と床のみ吸音率 1 に相当する実インピーダンスを与えた。

Fig. 7 に解析された入射指向性を示す。case 1 と比べて case 2 では  $z$  軸成分値が小さい。この方向は吸音面の方向であることから、多重反射が生じて吸音面が偏在する場合でも、その方向の反射波だけが弱められて到来していることがわかった。

### 5. Lighthill 方程式に基づく気流音の高速解析

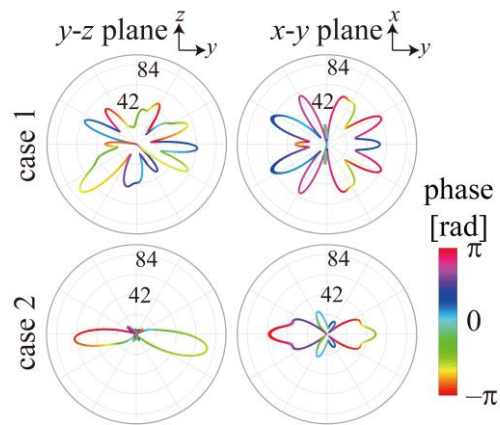


Fig. 7 Incidence directivities.

気流騒音の予測手法としては、モデル化上の制約が少ない Lighthill 方程式に基づく解析手法が重要視される。しかしながら BEM でこれを解析する際には、大量に生成される気流音源（一般に、流体解析における全節点の位置に四重極音源が生成される）からの寄与を境界要素や受音点で計算することが必要となり、一般に音源数は境界要素節点数と比べて極めて多くなることから、このための計算負荷が問題となる。そこで、本章では音源からの境界要素や受音点における寄与の計算に FMBEM を適用して計算時間を短縮する手法を提案した。

#### 5.1 解析手法

はじめに、境界要素、受音点と気流音源を包含する階層セル構造をそれぞれ生成する。このためには、2.2 に示した通りに境界要素と受音点のための階層セル構造を構築した後、 $l=0$  のセルに基づいて気流音源群を包含する領域にまでセルを拡張生成する。また、最下位レベルは境界要素のための階層セル構造の最下位レベル  $l=L$  と同じとする。これにより、主処理のために計算される係数の再利用性を最大化することができ、計算効率を高めることができる。次に具体的な計算式として、step 1 と step 6 のも

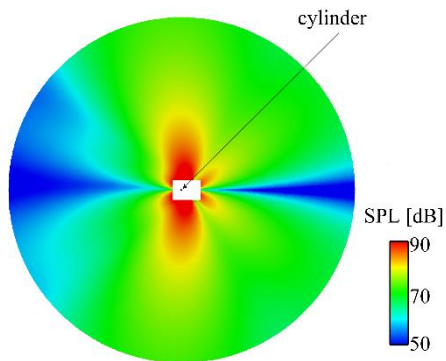


Fig. 8 Sound pressure level distribution at first vortex shedding frequency.

のを示し、step 2 ~ step 5 に関しては主処理の計算に用いるものと同じで良いことを確認した。更に数値解析を通して、FMBEM における無限和の打ち切り次数と、気流音解析における閾値  $kD_c$  の具体的な値を検討した。

## 5.2 数値解析による検証

### 5.2.1 円柱周りの流れによる気流音

円柱周りの流れによる気流音の解析例を示した。マッハ 0.21 の流れの中に直径 10 mm の剛な円柱を想定して (レイノルズ数は約 46,000) 気流音を予測した。Fig. 8 には、図の左から右に向かう流れと円柱の中心軸に垂直な面内での第一渦放出周波数 (1450 Hz) における音圧レベル分布を示す。この周波数では、図の上下方向に広がる二重極の分布となることが知られており、結果もその通りになった。Fig. 9 に、Fig. 8 の受音面の上端点におけるパワースペクトル密度 (PSD) を Seo and Moon の解析結果 (本文の文献[105]) とともに示す。第一渦放出周波数において、ストローハル数の差が  $6.9 \times 10^{-3}$ 、PSD 値の差が約 1 dB であった。以上の通り、提案法の計算精度と効率が実証された。

### 5.2.2 大自由度問題への適用

ここでは、境界要素節点数が約 20 万、

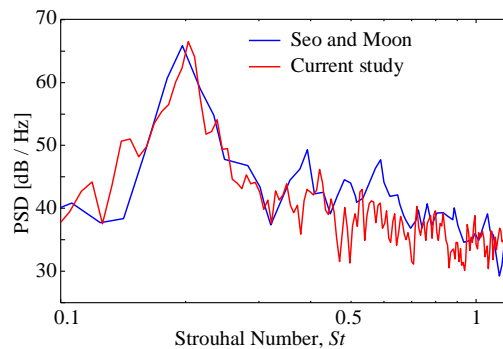


Fig. 9 Power spectral density.

気流音源数が約 300 万の問題に提案法を適用した。

この例における一周波数あたりの全所要時間は約 44.4 分であり、このうち気流音源から境界要素節点への寄与の演算には約 4.0 分を要した。この問題における音源寄与の演算を従来法で実施する場合の所要時間は約 30 時間と見積もられることから、0.2% 程度にまで短縮された。

## 6. 総括

FMBEM による音場解析における前後処理を拡張利用することで、遠方音場における放射・散乱指向性、受音領域に対する入射指向性、および Lighthill 方程式に基づく気流音解析における音源寄与の高速解析手法を構築し、実務的な問題への適用を通して手法の妥当性と有効性を実証した。あわせて、手法の構築にあたり、入射指向性解析における平面波展開の次数制限の影響や、空間分布が異なる境界要素、受音点、音源点に対して高効率計算を実現する階層セル構造の構築方法に関する知見も示した。

今後は、提案法の適用による低騒音化や音場性状の改善の実績を積み、先進的な解析ツールとしての社会への貢献を目指す。